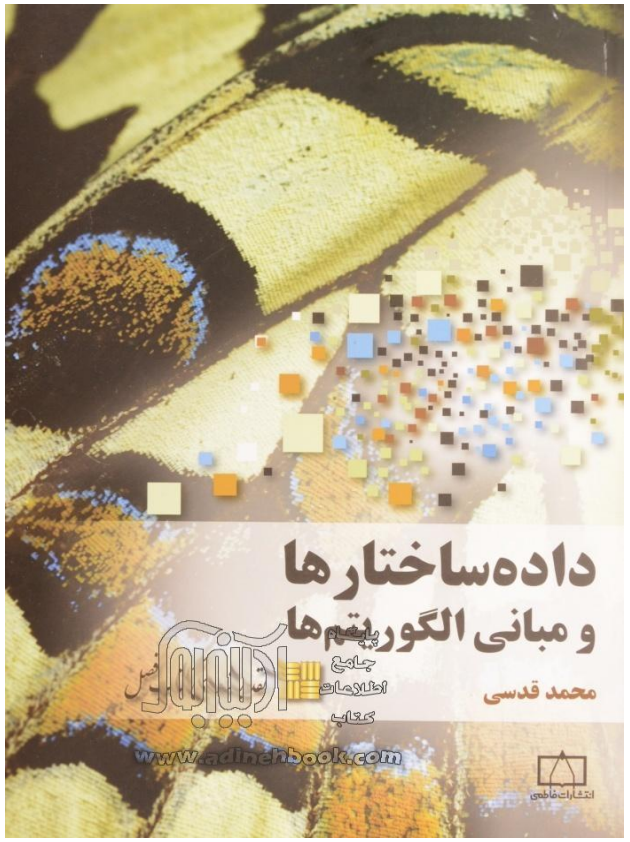
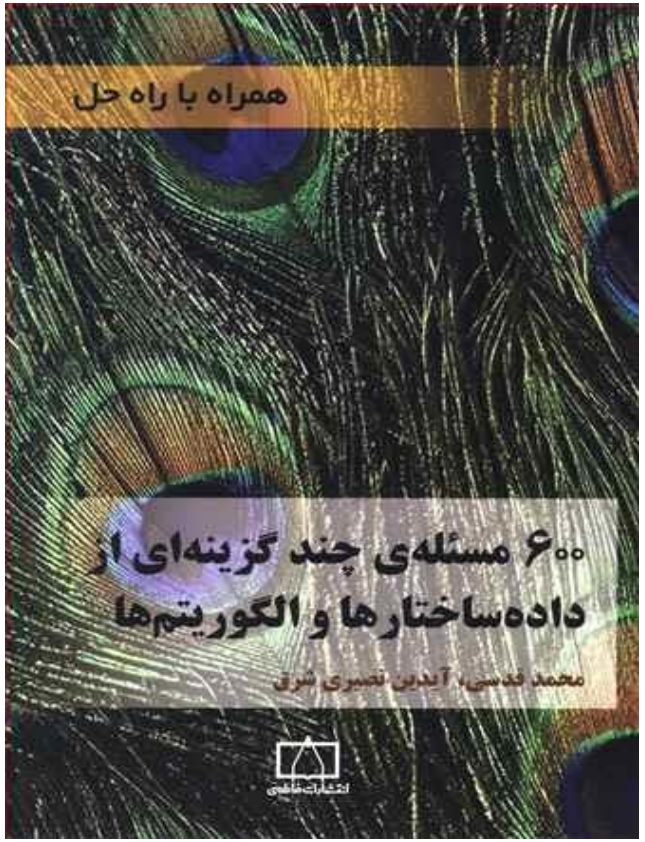
ساختمان داده ها و الگوریتم ها

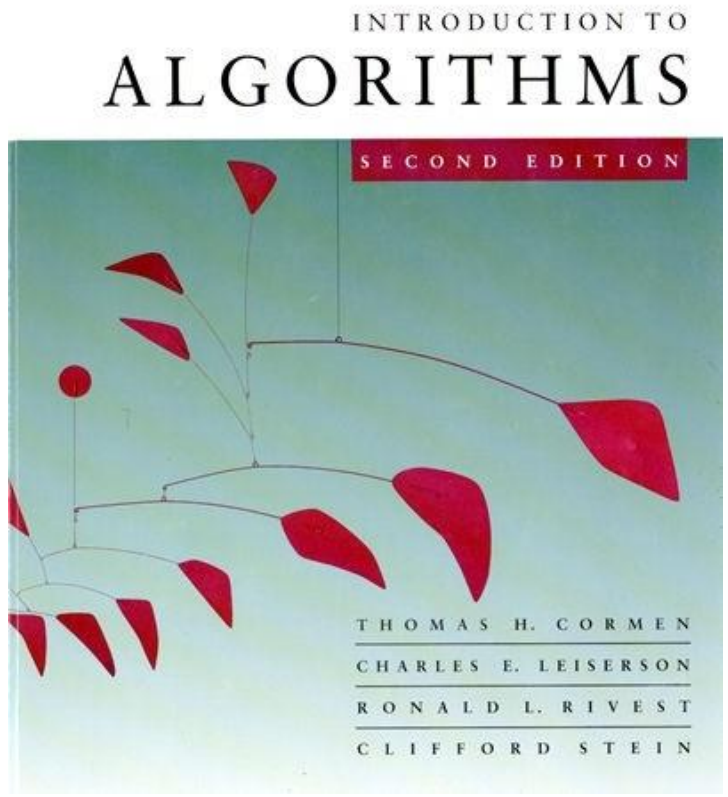
محمدحسین اولیائی

مجتمع آموزش عالی گناباد

منابع


داده‌ساختارها
و مبانی الگوریتم‌ها
محمد قدسی


همراه با راه حل
۶۰۰ مسئله‌ی چند گزینه‌ای از
داده‌ساختارها و الگوریتم‌ها
محمد قدسی، آیدین نصیری شرق


INTRODUCTION TO
ALGORITHMS
SECOND EDITION
THOMAS H. CORMEN
CHARLES E. LEISERSON
RONALD L. RIVEST
CLIFFORD STEIN

ارزیابی

- Weekly homework assignments 5
- Quiz 4
- Final Project 3
- Final exam (or a programming problem) 5
- TA 2
- Attendance 1

ارتباط

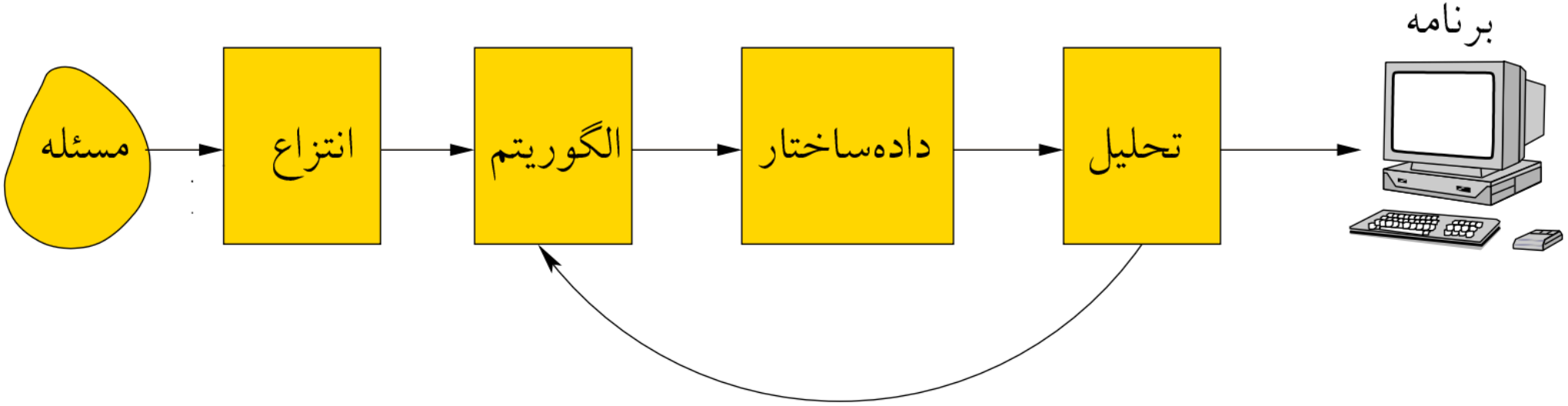
My email:

Mh.olyaee+ds@gmail.com

Our channel:

https://t.me/DS_UOG https://t.me/DS_UOG

مراحل حل یک مسئله



کار با ماتریس

$$\begin{bmatrix} 1 & 9 & -13 \\ 20 & 5 & -6 \end{bmatrix}$$

کار با ماتریس

$$\begin{bmatrix} 1 & 9 & -13 \\ 20 & 5 & -6 \end{bmatrix}$$

1	9	-13
20	5	-6

ماتریس اسپارس

$$\begin{pmatrix} 1.0 & 0 & 5.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12.0 \end{pmatrix}$$

ماتریس اسپارس

$$\begin{pmatrix} 1.0 & 0 & 5.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11.0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 9.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10.0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8.0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4.0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12.0 \end{pmatrix}$$

row	col	value
0	**0**	**1**
0	2	5
1	1	3
1	6	11
2	4	9
	⋮	
7	**7**	**12**

مثال ۲: مدلسازی عبارات چند جمله ای

$$3x^4 + 12x^3 - x^2 + 10$$

مثال ۲: مدلسازی عبارات چند جمله ای

$$3x^4 + 12x^3 - x^2 + 10$$

راهکار اول:

10	0	-1	12	3

مثال ۲: مدلسازی عبارات چند جمله ای

$$3x^4 + 12x^3 - x^2 + 10$$

راهکار اول:

10	0	-1	12	3

ایراد؟

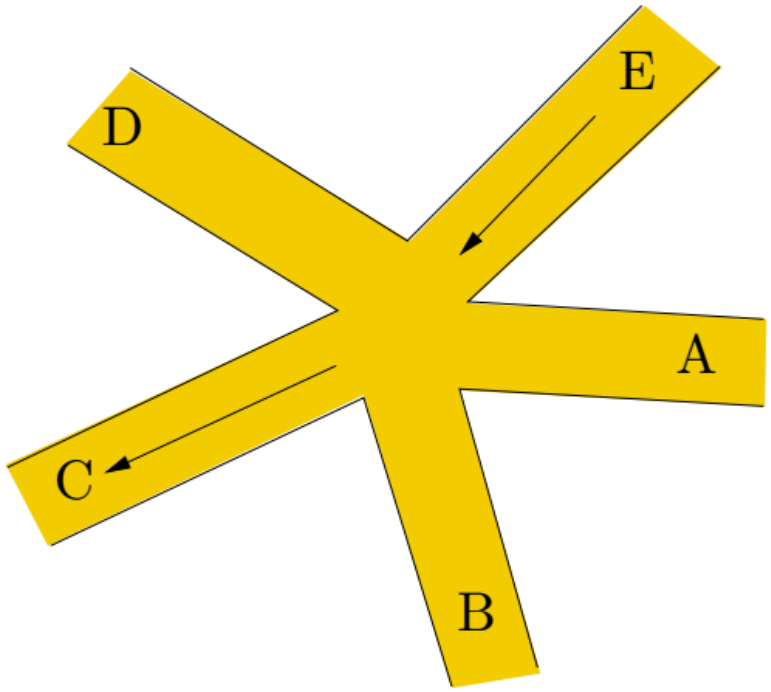
مثال ۲: مدلسازی عبارات چند جمله ای

$$3x^4 + 12x^3 - x^2 + 10$$

راهکار دوم:

3	**12**	**-1**	**10**
4	3	2	0

مثال۳



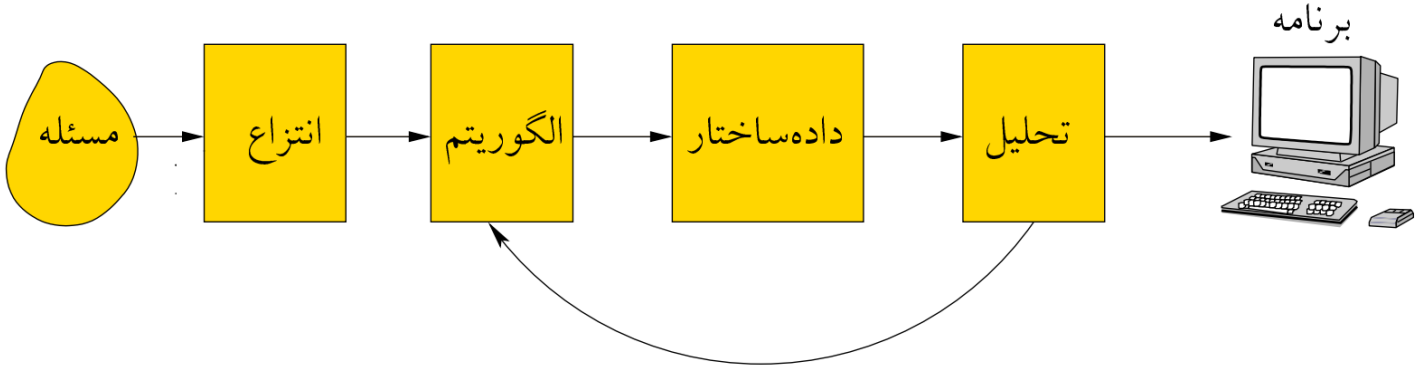
مثال۳

می‌خواهیم زمان‌بندی چراغ راهنمای هر تقاطع با هر تعداد خیابان را طوری تعیین کنیم که

- کم‌ترین تعداد «زمان»های چراغ را داشته باشیم.
- در هر زمان بیش‌ترین ترافیک بتواند از تقاطع عبور کند.

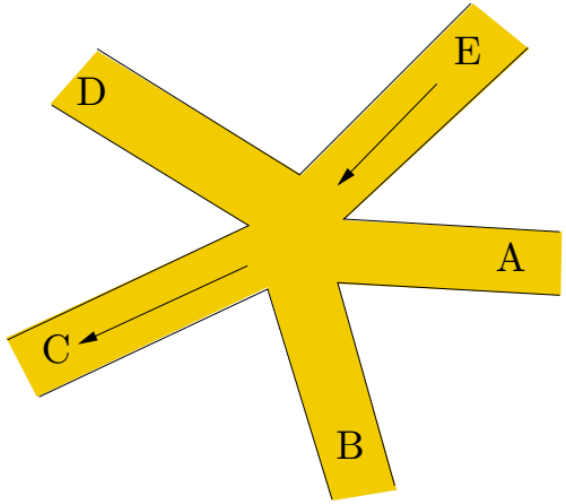
انتزاع: بسیاری از پارامترهای مسئله را دور می‌ریزیم:

- عرض خیابان‌ها
- میزان ترافیک در هر خیابان



پارامترهای مهم مسئله

- گردش‌ها
- چه گردش‌هایی با هم در تضادند (نمی‌توانند هم‌زمان حرکت کنند)



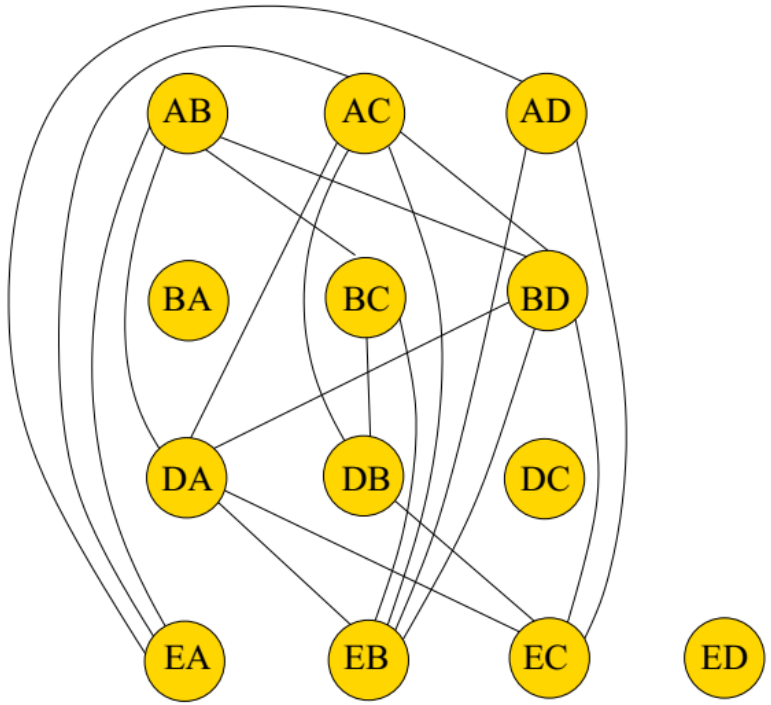
این به ما مدل گراف را برای مسئله توصیه می‌کند

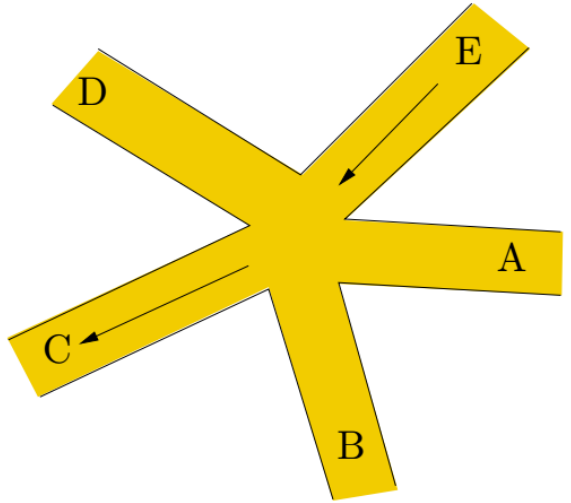
اگر از خیابان X به خیابان Y مسیر وجود دارد، رأسی با برچسب XY

دو مسیر متقاطع و متضاد را با یک یال به هم وصل می‌کنیم.

توجه: می‌خواهیم مسئله را برای هر تعداد (n) خیابان منتهی به یک تقاطع حل کنیم.

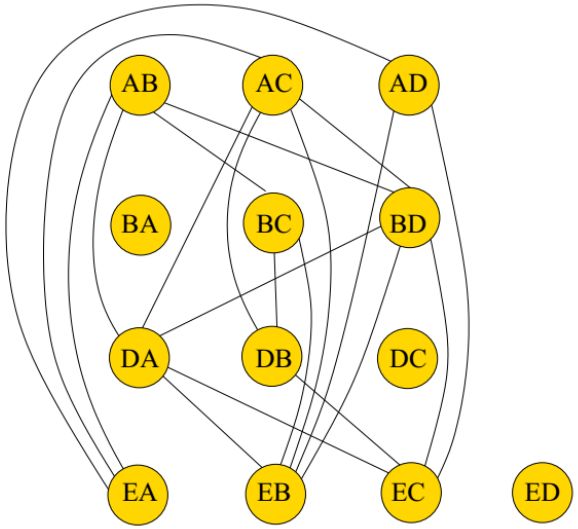
مدل گراف تقاطع





صورت جدید مسئله

- یک رنگ: یک زمان چراغ راهنما
- هر رأس باید یک یا چند رنگ بگیرد
- دو گردش متضاد نمی‌توانند دارای رنگ‌های یک‌سان باشند



رنگ‌آمیزی کمینه‌ی گراف:

با کم‌ترین تعداد رنگ‌ها یک گراف را رنگ کنیم.

رنگ آمیزی گراف

مسئله‌ی رنگ‌آمیزی کمینه‌ی گراف مسئله ان‌پی–سخت (NP-hard) است.

مسائل ان‌پی–تمام مسئله‌های «تصمیم‌گیری» هستند که تاکنون برای آن‌ها راه‌حل چندجمله‌ای (سریع) ارائه نشده است و به‌احتمال قوی در آینده هم ارائه نخواهد شد.

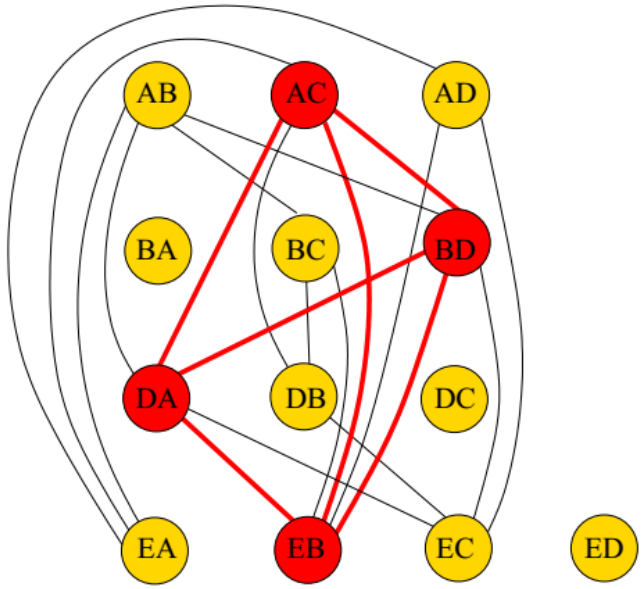
مسائل ان‌پی–سخت گونه‌ی بهینه‌سازی مسئله‌های ان‌پی–تمام هستند.

نتیجه: امیدی به یافتن راه‌حل خوب برای این مسئله در حالت کلی نیست.

تبدیل مسئله به یافتن بزرگترین خوشه

خوشه: زیرگرافی که هر رأس آن به بقیه وصل است. خوشه با n رأس باید با n رنگ رنگ شود.

یافتن بزرگ‌ترین خوشه ممکن است به راه‌حل کمک کند.



یک خوشه‌ی ۴ رأسی

اما می‌توان حدس زد که

یافتن بزرگ‌ترین زیرگراف خوشه هم ان‌پی–سخت است.

راه حل ها

- **بررسی همه‌ی حالات: ممکن است چندین سال طول بکشد.**
- **راه‌حل‌های تقریبی**

۱) روش‌های تقریبی قابل اثبات (approximation algorithms)

یعنی راه‌حل سریع هست و نیز مطمئن هستیم که در اندازه‌ی جواب در بدترین حالت برابر حاصل‌ضرب ضریبی در اندازه‌ی جواب بهینه است

۲) الگوریتم‌های مکاشفه‌ای (heuristic)**، روش حریصانه** (greedy)

یعنی راه‌حل سریع است. اما هیچ استدلالی در مورد خوبی جواب تولیدی نداریم. معمولاً با مقایسه‌ی تعداد زیادی جواب تجربی «خوبی» الگوریتم را حدس می‌زنیم

راه حل حریصانه

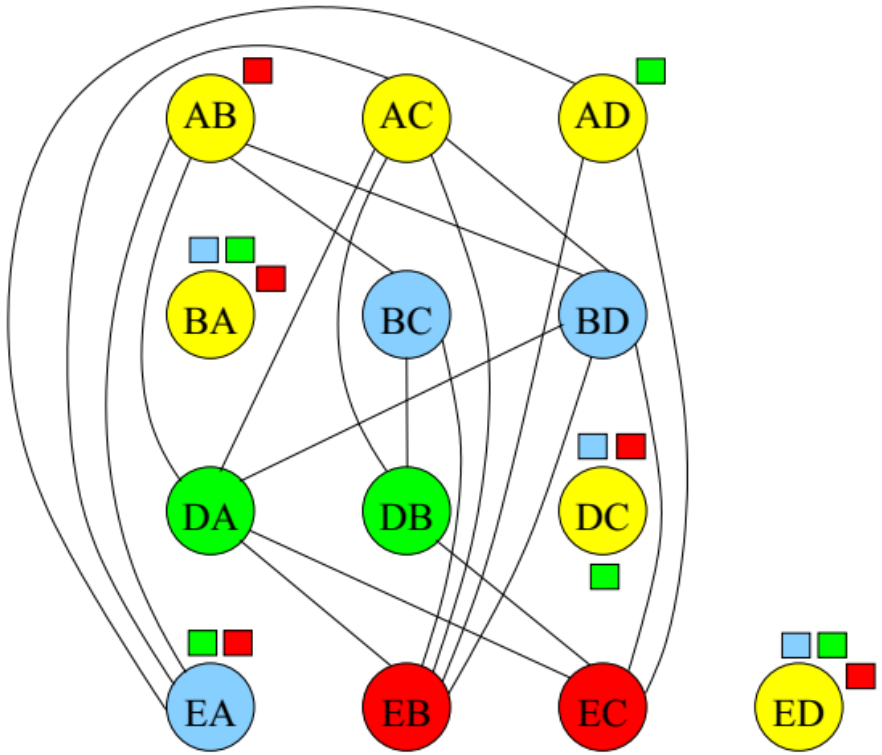
۱) رأس‌های گراف را به‌ترتیب دل‌خواه شماره‌گذاری کن

۲) از رنگ شماره‌ی ۱ شروع کن و به‌ترتیب فوق همه‌ی رأس‌های رنگ نشده را که می‌شود با این رنگ رنگ کن

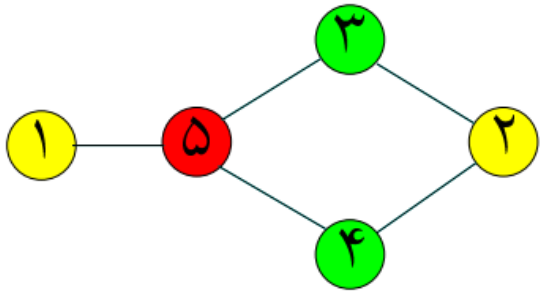
۳) اگر همه رأس‌ها رنگ شده باشند، کار تمام است و گرنه، رنگ بعدی را انتخاب کن و بند بالا را تکرار کن

تعداد رنگ جواب بستگی به ترتیب شماره‌گذاری راس‌ها گراف دارد و ممکن است خیلی بیش‌تر از جواب بهینه باشد

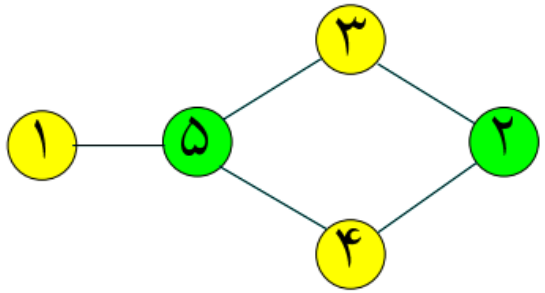
نتیجه اجرای الگوریتم



تفاوت جواب حریصانه و بهینه



راه‌حل حریصانه



جواب بهینه

نتیجه کاملاً وابسته به ترتیب شماره‌گذاری رأس‌ها دارد

داده های مسئله

یک گراف G و اعمال زیر بر روی آن

- شروع با یک گراف تهی، $\textsc{MakeEmpty}\ (G)$
- درج رأس و یال، $\textsc{InsertVertex}(G, v)$، $\textsc{InsertEdge}(G, u, v)$،
- تعداد رأس‌ها و یال‌ها: $\textsc{NumVertices}(G)$، $\textsc{NumEdges}(G)$،
- ترتیبی از رأس‌ها: $\textsc{ListofVertices}(G)$
- لیستی از رأس‌های مجاور یک رأس: $\textsc{AdjacentVertices}\ (G, v)$،
- رنگ‌آمیزی یک رأس: $\textsc{ColorVertex}(G, v)$،
- آیا یک رأس رنگ‌شده است؟ $\textsc{IsColored}(G, v)$
- آیا رأس u مجاور رأس v است؟ $\textsc{IsAdjacent}(G, u, v)$

باید این داده‌ساختارها را طوری طراحی و سپس تحلیل کنیم که این اعمال سریع انجام شوند.